

Mecklenburg-Vorpommern



Dieses Dokument kann strukturelle Abweichungen vom derzeit gültigen Abitur aufweisen. Dennoch können Inhalte und Kompetenzen dieser Aufgaben einen wertvollen Beitrag in der Prüfungsvorbereitung leisten.

Musterabitur aus dem Jahr 2021

Mathematik (CAS)

Leistungskurs

**Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)**

Aufgabenwahl: Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.

Der Prüfungsteilnehmer erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet vier Pflichtaufgaben und drei Wahlaufgaben. Der Prüfling muss neben den Pflichtaufgaben zwei der drei Wahlaufgaben bearbeiten. Je Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten erreichbar.

Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfungsteilnehmer die komplexen Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Die komplexen Aufgaben beinhalten drei Pflichtaufgaben, dabei sind in der Aufgabe zur Analysis 40 Bewertungseinheiten erreichbar, in den Aufgaben zur Geometrie und zur Stochastik sind es jeweils 25.

Bearbeitungszeit: Allen Prüfungsteilnehmern steht eine Bearbeitungszeit von 270 Minuten zuzüglich 30 Minuten für die Aufgabenauswahl zur Verfügung.

Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 100 Minuten betragen.

Hilfsmittel: Für die Bearbeitung der Aufgaben sind zugelassen:

- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
- ein an der Schule zugelassenes Computeralgebrasystem (CAS),
- Zeichengeräte,
- ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung.

Schülerinnen und Schüler, deren Muttersprache nicht die deutsche Sprache ist, können als zusätzliches Hilfsmittel ein zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter Form verwenden. Näheres regelt die Schule.

Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und CAS nicht zulässig.

Sonstiges: Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

Bearbeitet ein Prüfungsteilnehmer mehr als eine Wahlaufgabe, so wird eine bzw. die Aufgabe gewertet, welche die höchste Punktzahl erbringt. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden.

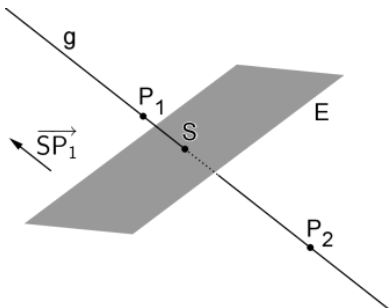
Bewertungstabelle – Leistungskurs, Teile A und B

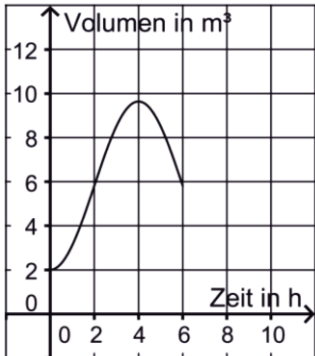
Bewertungseinheiten	Punkte
114 bis 120	15 Punkte
108 bis 113	14 Punkte
102 bis 107	13 Punkte
96 bis 101	12 Punkte
90 bis 95	11 Punkte
84 bis 89	10 Punkte
78 bis 83	09 Punkte
72 bis 77	08 Punkte
66 bis 71	07 Punkte
60 bis 65	06 Punkte
54 bis 59	05 Punkte
48 bis 53	04 Punkte
40 bis 47	03 Punkte
32 bis 39	02 Punkte
24 bis 31	01 Punkt
0 bis 23	00 Punkte

Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

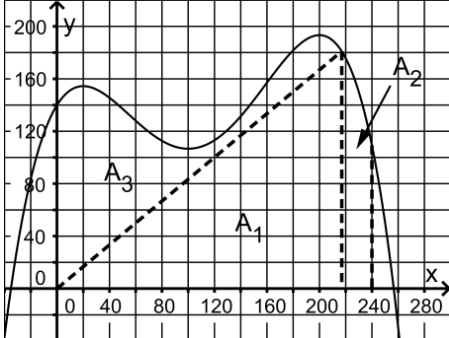
Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.
Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil A Erwartungshorizont

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$\frac{1}{2}a \cdot f(a) = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot e^{-a} = \frac{1}{2}a^2 e^{-a}$	2	
1.2	Betrachtet man $\frac{1}{2}a^2 e^{-a}$ als Term einer Funktion A, so gilt für $a > 0$: $A'(a) = ae^{-a} - \frac{1}{2}a^2 e^{-a} = \frac{1}{2}ae^{-a} \cdot (2 - a) = 0 \Leftrightarrow a = 2$	3	
2.1	$\int_0^{\pi} (g(x) - f(x)) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + \cos x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2}\pi^2 - 2$	2	
2.2	$y = x - 2\pi$	3	
3.1	$2r + 2 \cdot (2 + 4r) - 2r = 2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$, d. h. $S\left(-\frac{1}{2} \mid 1 \mid -\frac{1}{4}\right)$	3	
3.2		2	
4.1	Mit dem Term kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass bei sieben Drehungen der blaue Sektor nicht getroffen wird.	2	
4.2	$\binom{10}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^8$	1	
4.3	Die Aussage ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der gelbe Sektor getroffen wird, bei allen Drehungen gleich groß ist.	2	
	Summe:	20	

Aufgabe	Wahlaufgaben - Lösungen	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa $5,8 \text{ m}^3$ Wasser im Tank.	2	
5.2		3	
6.1	P liegt in der yz-Ebene, der Richtungsvektor von g steht senkrecht dazu.	2	
6.2	<p>Schnittpunkt der Diagonalen: $S(0 4 1)$</p> <p>Mit $\overrightarrow{SP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{SQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ergibt sich:</p> <p>$\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{SQ}$ und $\overrightarrow{SP} \circ \overrightarrow{SQ} = 0$</p>	3	
7.1	In der Urne A können sich 4, 5 oder 6 rote Kugeln befinden.	1	
7.2	$\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{4n+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3n+1}{4n+1} = \frac{4n+2}{2 \cdot (4n+1)} = \frac{2n+1}{4n+1} = \frac{15}{29} \Leftrightarrow n = 7$	4	
	Summe:	10	

Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20 \vee x = 100 \vee x = 200$ $f''(20) = -\frac{36}{625} < 0$, $f''(100) = \frac{4}{125} > 0$, $f''(200) = -\frac{9}{125} < 0$ Hochpunkte: $(20 \frac{11584}{75})$, $(200 \frac{580}{3})$ Tiefpunkt: $(100 \frac{320}{3})$	5	
1.2	Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0 140)$ Da $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ gilt und die y-Koordinate des Tiefpunkts des Graphen von f positiv ist, hat f genau zwei Nullstellen.	4	
1.3	Für $50 < x < 130$ liefert $f(x) = f(x + 60)$: $x \approx 69,2$ Die gesuchten x-Werte sind $x \approx 69,2$ und $x \approx 129,2$, der zugehörige Funktionswert etwa 120,2.	4	
1.4.1	$\int_0^k f(x) dx = \int_k^{240} f(x) dx$ liefert $k \approx 135,5$, d. h. die Gerade wird näherungsweise durch die Gleichung $x = 135,5$ beschrieben.	4	
1.4.2	 <p>Es gilt: $A_1 + A_2 = \frac{2}{3} \cdot (A_1 + A_2 + A_3)$</p>	4	

1.5.1	$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) < 0$ liefert: $x \approx 158,7$ Da $f'(0) = 1,6$ und $f'(158,7) \approx 1,3$, steigt der Glukosewert zu Beobachtungsbeginn am stärksten an.	4	
1.5.2	Mit $ f'(x) \leq 0,3$ ergibt sich, dass die momentane Änderungsrate des Glukosewerts in folgenden Zeiträumen zwischen den angegebenen Werten lag: ♦ von etwa 15,2 Minuten bis etwa 25,8 Minuten ♦ von etwa 90,3 Minuten bis etwa 109,3 Minuten ♦ von etwa 195,5 Minuten bis etwa 203,9 Minuten Damit liegt die momentane Änderungsrate etwa 38 Minuten lang im angegebenen Bereich.	4	
1.5.3	Mittelwert aller Glukosewerte: $\frac{1}{80} \cdot \int_{20}^{100} f(x) dx \approx 129,2$ Mittelwert derjenigen Glukosewerte, die im angegebenen Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten gemessen wurden: $\frac{1}{9} \cdot (f(20) + f(30) + \dots + f(100)) \approx 129,3$ Der Mittelwert aller Glukosewerte ist etwa 0,1 % kleiner.	5	
1.6.1	$h'_k(0) = f'(240) \Leftrightarrow k = \frac{308}{3125}$	2	
1.6.2	Der Graph von g geht aus dem Graphen von $h_{\frac{308}{3125}}$ durch eine Verschiebung um 240 in positive x -Richtung und um $f(240)$ in positive y -Richtung hervor. $g(x) = h_{\frac{308}{3125}}(x - 240) + f(240)$	4	
Summe:		40	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
2.1	Die Pfosten ragen 0,5 m in den Untergrund hinein.	1	
2.2	$H(-3 -2 4)$ Wegen $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ ist es ein Parallelogramm, wegen $\overrightarrow{EF} \circ \overrightarrow{FG} = 0$ und $ \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG} $ ein Quadrat.	5	
2.3	Die Pyramide ist gerade und hat eine quadratische Grundfläche, die parallel zur x_1x_2 -Ebene ist. Der Mittelpunkt der Grundfläche liegt ebenso auf der x_3 -Achse wie die Spitze S.	3	
2.4	$L: \vec{x} = \overrightarrow{OE} + r \cdot \overrightarrow{EF} + s \cdot \overrightarrow{ES}; r, s \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x_1 = 2 + r - 2s$ II $x_2 = -3 + 5r + 3s$ III $x_3 = 4 + s$ liefert: $L: 5x_1 - x_2 + 13x_3 = 65$	3	
2.5	Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 13 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos \varphi = \frac{\vec{m} \circ \vec{n}}{ \vec{m} \cdot \vec{n} }$, d. h. $\varphi \approx 21,4^\circ$	2	
2.6.1	Man berechnet die Koordinaten des Schnittpunkts der Ebene L und der Geraden, die durch T verläuft und den Richtungsvektor \vec{v} hat. Der Abstand dieses Schnittpunkts vom Punkt S ist die Länge des Schattens in Metern.	4	
2.7	Wählt man für die beiden Punkte, die im Modell die beiden Enden des zusätzlichen Balkens darstellen, $I \in \overline{AE}$ und $J \in \overline{EF}$, so gilt: ♦ I hat die Koordinaten $(2 -3 3,5)$. ♦ J liegt auf der Geraden $g: \vec{x} = \overrightarrow{OE} + t \cdot \overrightarrow{EF}$ mit $t \in \mathbb{R}$, hat also die Koordinaten $(2 + t -3 + 5t 4)$. Für $0 \leq t \leq 1$ gilt: $ \overrightarrow{IJ} = 2,1 \Leftrightarrow t = 0,4$ Damit ergibt sich als Verhältnis 2 : 3.	4	
2.8	Mit $A'(2 -3 0)$ und $B'(3 2 0)$ liefert ♦ $\overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OA'} + \frac{2}{3} \overrightarrow{A'B'}$: $P_1(\frac{8}{3} \frac{1}{3} 0)$, ♦ $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OA'} + 2 \cdot \overrightarrow{A'B'}$: $P_2(4 7 0)$.	3	
	Summe:	25	

Aufgabe	Stochastik	mögliche BE	erteilte BE
3.1.1	$\binom{60}{3} = 34220$	2	
3.1.2	$\frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} \approx 28,9\%$	2	
3.1.3	<p>Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit k, so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, $\frac{3}{4}k$, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, $\frac{1}{3} \cdot (60 - k)$.</p> <p>Damit: $\frac{3}{4}k + \frac{1}{3} \cdot (60 - k) = 30 \Leftrightarrow \frac{5}{12}k = 10 \Leftrightarrow k = 24$</p>	3	
3.1.4	Das Erscheinen bzw. Nichterscheinen erfolgt in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen) nicht unabhängig voneinander.	1	
3.1.5	<p>X: Anzahl der nicht erscheinenden Personen mit Reservierung</p> <p>$P_{0,1}^{64}(X \leq 3) \approx 10,6\%$</p>	3	
3.1.6	<p>$P_{0,14}^{64}(X \leq 3) \approx 1,6\%$, $P_{0,15}^{64}(X \leq 3) \approx 0,9\%$</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit müsste mindestens 15 % betragen.</p>	4	
3.2.1	$3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$	2	
3.2.2	<p>Bezeichnet man den gesuchten Betrag mit a, so gilt:</p> <p>$\frac{1}{6} \cdot 5 \text{ €} + \frac{1}{6} \cdot (a - 5 \text{ €}) - \frac{4}{6} \cdot 5 \text{ €} = 0 \Leftrightarrow a = 20 \text{ €}$</p>	3	
3.2.3	<p>$2p \cdot 2p \cdot (1 - p - 2p) = 0,036$ liefert für $0,5 < 1 - p - 2p \leq 1$:</p> <p>$p = \frac{\sqrt{37}+1}{60}$</p> <p>Damit: $(1 - p - 2p) \cdot 360^\circ \approx 233^\circ$</p>	5	
	Summe:	25	

Teil A Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	2		I		I	I		2		
1.2	3	I	II			II			3	
2.1	3		II			II		1	2	
2.2	2	II	II			I	I	1	1	
3.1	3					II		1	2	
3.2	2		II		II		I		2	
4.1	2	II	II	II					2	
4.2	1			I		I		1		
4.3	2	II		II			II		2	
5.1	2		II	II	II				2	
5.2	3		III	II	III					3
6.1	2	II							2	
6.2	3	III	III			II				3
7.1	1			I			I	1		
7.2	4		III			II			1	3

Teil B Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	5	I				I		X		
1.2	4	I				I		X		
1.3	4		III			III	II			X
1.4.1	4		II			II			X	
1.4.2	4		III		III		III			X
1.5.1	4	II		II		I			X	
1.5.2	4			II		II	II		X	
1.5.3	5			I		II	II		X	
1.6.1	2			II		II	II		X	
1.6.2	4	III	III				II			X

2.1	1	I		I		I		X		
2.2	5	I			I	I		X		
2.3	3	II	II				II		X	
2.4	3					II			X	
2.5	2					II			X	
2.6	4		II	II			II		X	
2.7	4		III	III		III				X
2.8	3		III			II	II			X

3.1.1	2			I		I	I	X		
3.1.2	2		I	I		I		X		
3.1.3	3		II			II	I		X	
3.1.4	1	I		I			I	X		
3.1.5	3		II	II		I			X	
3.1.6	4	II	III			II				X
3.2.1	2			I		I		X		
3.2.2	3		II	II		II			X	
3.2.3	5		II		II	II			X	